

平成28年度県立高校入試【解説】

9.

鉄でできた円錐の形をしたおもりがある。図1のようにおもりを倒し、すべらないように平面上を転がしたところ、おもりは5回転して半径10cmの円をちょうど3週した。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

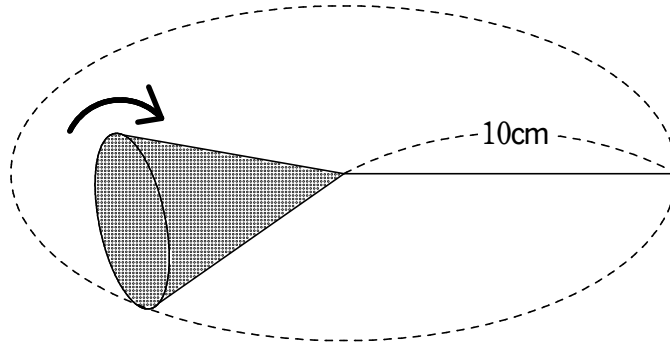


図1

- (1) 半径10cmの円の円周の長さを求めなさい。
- (2) このおもりの底面の半径を求めなさい。
- (3) 水が入っている円柱の形をした水そうがあり、水の高さは2cmである。ここに図1のおもりを図2のように入れると、水の高さが最初の高さの2倍になった。この水そうの底面の半径を求めなさい。ただし、水そうの厚みは考えないものとする。

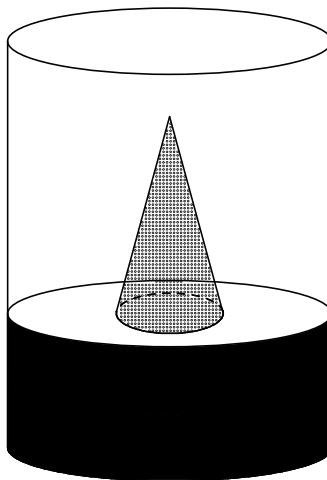


図2

答 (1) 20π cm (2) 6cm (3) $\sqrt{41}$ cm

平成28年度県立高校入試【解説】

公式 半径 r の円の周の長さは $2\pi r$

底面の半径が r 、高さが h の円錐の体積は $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

(1) 円周の長さの公式から $2 \times 10 \times \pi = 20\pi$ cm

(2) おもりの底面の半径を r とすると条件より、半径10cmの円周の3倍と $2\pi r$ の5倍が等し

いから $5 \times 2\pi r = 3 \times 20\pi$ $10\pi r = 60\pi$ 両辺を 10π で割って、 $r = \frac{60\pi}{10\pi} = 6$

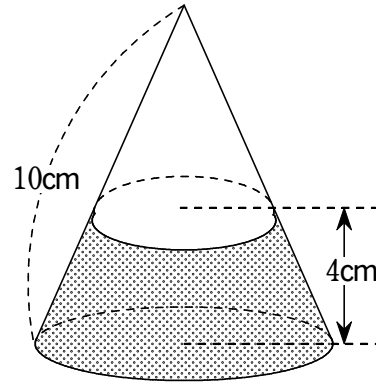
よって、求める底面の半径は6cm

(3) おもりの底面から4cmの高さの部分の体積を考える。おもりの円錐の高さを h とすると三平方の定理から $h^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2$

ゆえに、 $h = 8$ cm

よって、求める体積はおもりの円錐の上半分を除けばよいから、

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8 - \frac{1}{8} \times \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8 &= \frac{36\pi \times 8}{3} \times \frac{7}{8} \\ &= 84\pi \end{aligned}$$



ここで、体積比は相似比の3乗の比に等しいことを使った。

次に題意から、上で求めた体積の分だけ、水の高さが増したことから、水そうの底面の半径を R とすると、

$\pi R^2 \times 2 = 84\pi$ $2\pi R^2 = 84\pi$ 両辺を 2π で割って $R^2 = 42$ よって、 $R = \sqrt{42}$ cm