

平成28年度県立高校入試【解説】

8.

図1のような $\triangle ABC$ において、 $AB=6\text{cm}$ 、 $AC=4\text{cm}$ とし、 $AE:EB=1:2$ 、 $AD:DC=3:1$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

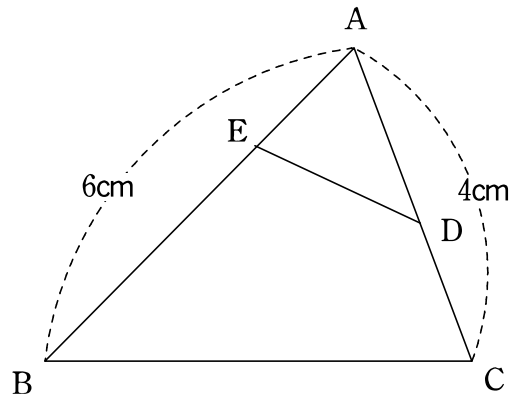


図1

(1) 図1において、 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ であることを証明しなさい。ただし、証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

(2) 図1の $\triangle ABC$ について、辺BCを直径とする円Oをかくと、点D、Eでちょうど交わり、図2のようになった。このとき次の(i)~(iii)に答えなさい。

(i) BDの長さを求めなさい。

(ii) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(iii) 四角形BCDEの面積を求めなさい。

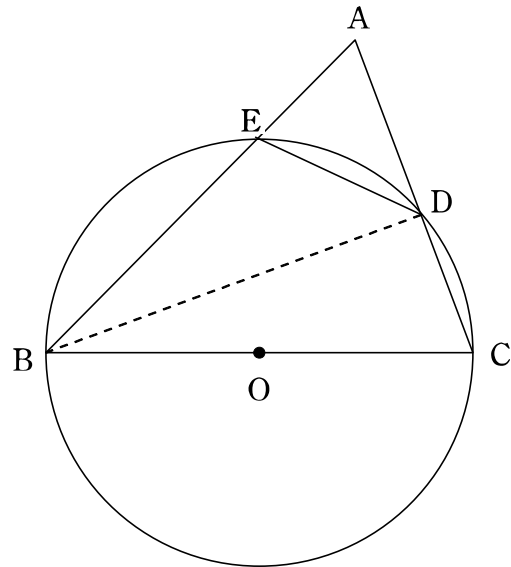


図2

答 (1) 略 (2) (i) $3\sqrt{3}$ (ii) $6\sqrt{3}$ (iii) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

平成28年度県立高校入試【解説】

$$(1) AB=6\text{cm}, AE:EB=1:2\text{より}, AE=\frac{1}{1+2}AB=\frac{1}{3}\times 6=2\text{cm}$$

$$\text{また}, AC=4\text{cm}, AD:DC=3:1\text{より}, AD=\frac{3}{3+1}AC=\frac{3}{4}\times 4=3\text{cm}$$

よって、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、

$$AB:AD=6:3=2:1 \quad \dots\text{①}, AC:AE=4:2=2:1 \quad \dots\text{②}$$

また、 $\angle A$ は共通 $\dots\text{③}$

①、②、③より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ である。

(2) (i) 半円弧に対する円周角だから、 $\angle BDC=90^\circ$

よって、 $\triangle ABD$ は直角三角形より、三平方の定理から $AB^2=BD^2+DA^2$

$$\text{したがって}, BD^2=AB^2-DA^2=6^2-3^2=36-9=27$$

$$\text{ゆえに}, BD=\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}=3\sqrt{3}\text{cm}$$

(ii) $\triangle ABC$ の底辺を AC とすれば、 BD は $\triangle ABC$ の高さとなるから、

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 3\sqrt{3}=\frac{12\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\text{cm}^2$$

(iii) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の相似比は $2:1$ だから、その面積の比は

$\triangle ABC:\triangle ADE=2^2:1^2=4:1$ となるから、

$$\triangle ADE=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times 6\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{よって}, \text{四角形BCDE}=\triangle ABC-\triangle ADE=6\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{12\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$$